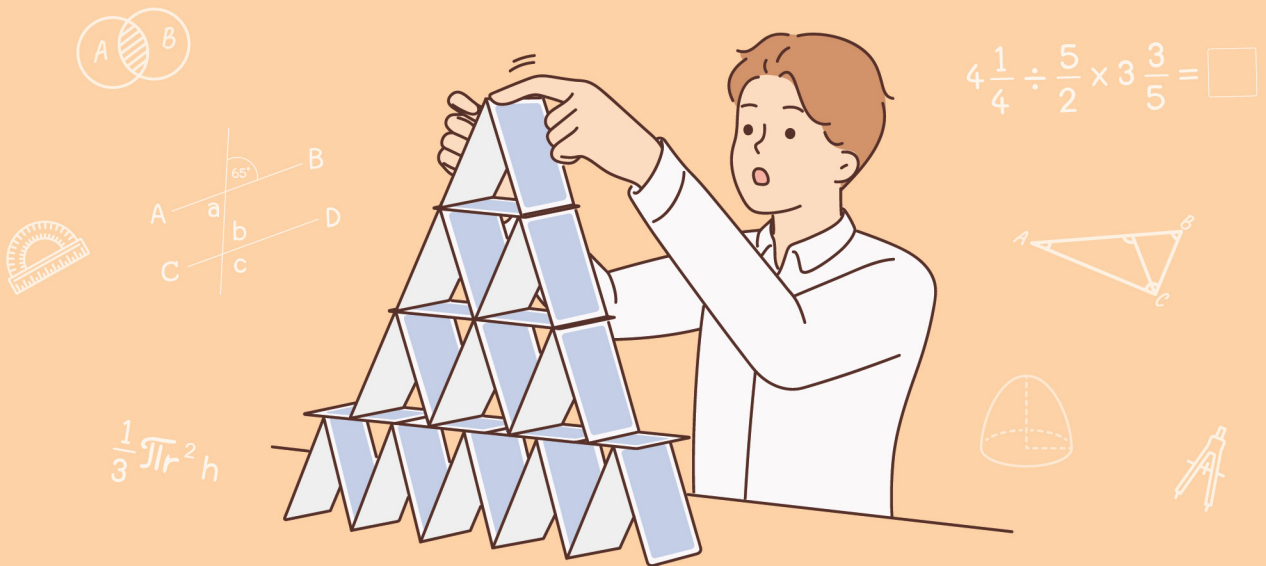


คณิตศาสตร์

ม.2 [ฉบับปรับปรุงครั้งที่ 2] มั่นใจเต็ม 100

เหมาะสำหรับนักเรียน ม.2 ที่อยากเข้าใจคณิตศาสตร์แบบลึกซึ้ง ใช้ควบคู่กับคู่มือเรียนได้อย่างลงตัว

มาพร้อมแบบฝึกหัดหลากหลายและแบบทดสอบครบทุกประเภท ทั้งสอบเก็บคะแนน สอบกลางภาค และสอบปลายภาค ช่วยให้น้อง ๆ เตรียมตัวได้อย่างมั่นใจ พิชิตคะแนนเต็มได้ไม่ยาก!



- สรุปเนื้อหาครบถ้วน ครอบคลุมวิชาคณิตศาสตร์ ม.2 ตามหลักสูตร สสวท. ทั้งเล่ม 3 และ 4
- ปลดล็อกความเข้าใจ ด้วยตัวอย่างโจทย์ที่อธิบายวิธีทำอย่างละเอียด เห็นภาพชัดเจน
- ฝึกฝนอย่างเข้มข้นกับแบบฝึกหัดและแบบทดสอบท้ายบท ที่คัดสรรมาจากข้อสอบจริงของโรงเรียนต่าง ๆ

สารบัญ

บทที่ 1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

1.1 ทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	1
1.2 บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส.....	4
1.3 การนำไปใช้.....	6
เฉลยแบบฝึกหัด.....	9
แบบทดสอบท้ายบทที่ 1 (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส).....	22
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 1 (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส).....	26

บทที่ 2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

2.1 จำนวนตรรกยะ (Rational Number).....	31
2.2 จำนวนอตรรกยะ (Irrational Number).....	37
2.3 รากที่สอง (Square Root).....	39
2.4 รากที่สาม (Cube Root).....	44
เฉลยแบบฝึกหัด.....	47
แบบทดสอบท้ายบทที่ 2 (ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง).....	54
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 2 (ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง).....	56

บทที่ 3 ปริซึมและทรงกระบอก

3.1 พื้นที่ผิว และปริมาตรของปริซึม.....	59
3.2 พื้นที่ผิว และปริมาตรทรงกระบอก.....	67
เฉลยแบบฝึกหัด.....	73
แบบทดสอบท้ายบทที่ 3 (ปริซึมและทรงกระบอก).....	89
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 3 (ปริซึมและทรงกระบอก).....	94



บทที่ 4 การแปลงทางเรขาคณิต

4.1 การเลื่อนขนาน	103
4.2 การสะท้อน	108
4.3 การหมุน	111
เฉลยแบบฝึกหัด	116
แบบทดสอบท้ายบทที่ 4 (การแปลงทางเรขาคณิต).....	123
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 4 (การแปลงทางเรขาคณิต).....	127

บทที่ 5 สมบัติของเลขยกกำลัง

5.1 ความหมายของเลขยกกำลัง	131
5.2 สมบัติของเลขยกกำลัง	133
5.3 การดำเนินการของเลขยกกำลัง	137
5.4 สมบัติอื่น ๆ ของเลขยกกำลัง.....	139
5.5 สัญกรณ์วิทยาศาสตร์	142
เฉลยแบบฝึกหัด	147
แบบทดสอบท้ายบทที่ 5 (สมบัติของเลขยกกำลัง).....	154
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 5 (สมบัติของเลขยกกำลัง).....	158

บทที่ 6 พหุนาม และเศษส่วนของพหุนาม

6.1 พหุนาม.....	163
6.2 การบวก และการลบพหุนาม.....	165
6.3 การคูณพหุนาม	167
6.4 การหารพหุนาม.....	169
6.5 เศษส่วนของพหุนาม.....	173
6.6 การบวก และการลบเศษส่วนของพหุนาม.....	177
เฉลยแบบฝึกหัด	180
แบบทดสอบท้ายบทที่ 6 (พหุนาม และเศษส่วนของพหุนาม).....	187
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 6 (พหุนาม และเศษส่วนของพหุนาม).....	191



บทที่ 7 สถิติ 2

7.1 แผนภาพจุด.....	195
7.2 แผนภาพต้น-ใบ.....	199
7.3 ฮิสโทแกรม.....	203
7.4 ค่ากลางของข้อมูล.....	210
เฉลยแบบฝึกหัด	216
แบบทดสอบท้ายบทที่ 7 (สถิติ 2).....	224
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 7 (สถิติ 2).....	232

บทที่ 8 ความเท่ากันทุกประการ

8.1 ความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ	242
เฉลยแบบฝึกหัด	259
แบบทดสอบท้ายบทที่ 8 (ความเท่ากันทุกประการ).....	280
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 8 (ความเท่ากันทุกประการ).....	284

บทที่ 9 เส้นขนาน

9.1 นิยามของเส้นขนาน	287
9.2 เส้นขนานและมุมภายใน.....	288
9.3 เส้นขนานและมุมแย้ง.....	292
9.4 เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน.....	299
9.5 เส้นขนานและสามเหลี่ยม	304
เฉลยแบบฝึกหัด	308
แบบทดสอบท้ายบทที่ 9 (เส้นขนาน).....	315
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 9 (เส้นขนาน).....	318



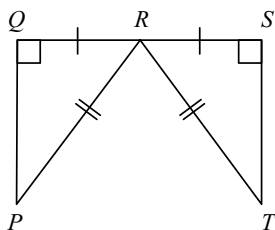
บทที่ 10 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต

10.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต.....	325
10.2 การให้เหตุผลทางเรขาคณิต	328
10.3 การสร้างและการให้เหตุผลเกี่ยวกับการสร้าง.....	333
10.4 การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยม	340
เฉลยแบบฝึกหัด	346
แบบทดสอบท้ายบทที่ 10 (การให้เหตุผลทางเรขาคณิต).....	359
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 10 (การให้เหตุผลทางเรขาคณิต).....	364

บทที่ 11 การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง

11.1 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจง	369
11.2 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวเมื่อสัมประสิทธิ์ ของพจน์หน้าเป็น 1.....	370
11.3 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวในรูปทั่วไป	372
11.4 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์	374
11.5 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างกำลังสอง.....	375
เฉลยแบบฝึกหัด	377
แบบทดสอบท้ายบทที่ 11 (การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง)	382
เฉลยแบบทดสอบท้ายบทที่ 11 (การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง).....	386

8. กำหนดให้ $\hat{Q} = \hat{S} = 90^\circ$, $\overline{QR} = \overline{SR}$ และ $\overline{RP} = \overline{RT}$ จงพิสูจน์ว่าความยาวรอบรูป $\triangle PQR =$ ความยาวรอบรูป $\triangle TSR$



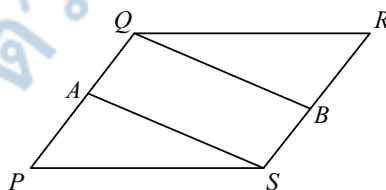
วิธีทำ กำหนดให้ $\hat{Q} = \hat{S} = 90^\circ$, $\overline{QR} = \overline{SR}$ และ $\overline{RP} = \overline{RT}$

ต้องการพิสูจน์ว่า ความยาวรอบรูป $\triangle PQR =$ ความยาวรอบรูป $\triangle TSR$

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $\hat{Q} = \hat{S} = 90^\circ$	1. กำหนดให้
2. $\overline{QR} = \overline{SR}$	2. กำหนดให้
3. $\overline{RP} = \overline{RT}$	3. กำหนดให้
4. $\triangle PQR \cong \triangle TSR$	4. จากข้อ 1-3 แบบ จ.ด.ด.
5. ความยาวรอบรูป $\triangle PQR =$ ความยาวรอบรูป $\triangle TSR$	5. ผลพลอยได้จากข้อ 4

9. กำหนดให้สี่เหลี่ยม PQRS เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนานโดยที่จุด A และ B เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{PQ}$ และ $\overline{RS}$ ตามลำดับ ลาก $\overline{SA}$ และ $\overline{QB}$ จงพิสูจน์ว่าสี่เหลี่ยม AQBS เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน



- วิธีทำ**
- กำหนดให้ PQRS เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน
 - จุด A และ B เป็นจุดกึ่งกลางของ $\overline{PQ}$ และ $\overline{RS}$ ตามลำดับ
 - ลาก $\overline{SA}$ และ $\overline{QB}$
- ต้องการพิสูจน์ว่า AQBS เป็นสี่เหลี่ยมด้านขนาน

6.4.2 การหารพหุนามด้วยพหุนาม

หลักการหารพหุนามด้วยพหุนาม ทำได้โดยใช้วิธีการ “ตั้งหาร” ในทำนองเดียวกันกับการหารจำนวนเต็ม เช่น ต้องการหาร $2x^2 + 9x + 4$ ด้วย $2x + 1$ จะมีวิธีการทำดังนี้

ขั้นที่ 1 เรียงพจน์ของพหุนามจากดีกรีมากที่สุดไปหาดีกรีน้อยสุด ถ้าพจน์ใดไม่มีให้ใส่ศูนย์แทน แล้วเขียนการตั้งหาร ดังนี้

$$2x + 1 \overline{) 2x^2 + 9x + 4}$$

ขั้นที่ 2 นำพจน์แรกของของตัวหาร (นั่นคือ $2x$) ไปหารพจน์แรกของตัวตั้ง (นั่นคือ $2x^2$) ทำให้ได้ผลลัพธ์คือ x นำผลลัพธ์ไปเขียนไว้บรรทัดบนตัวตั้งให้ตรงกับพจน์แรกของตัวตั้ง (นั่นคือ $2x^2$) ดังนี้

$$x$$

$$2x + 1 \overline{) 2x^2 + 9x + 4}$$

ขั้นที่ 3 นำผลหารในขั้นที่ 2 (นั่นคือ x) มาคูณกับตัวหาร (นั่นคือ $2x+1$) จะได้ผลคูณคือ $x(2x + 1) = 2x^2 + x$ นำผลคูณไปเขียนไว้บรรทัดด้านล่างตัวตั้ง ดังนี้

$$x$$

$$2x + 1 \overline{) 2x^2 + 9x + 4}$$

$$\underline{2x^2 + x}$$

ขั้นที่ 4 นำผลคูณที่ได้จากขั้นที่ 3 (นั่นคือ $2x^2 + x$) ลบออกจากตัวตั้ง (นั่นคือ $2x^2 + 9x + 4$) จะได้ผลลบคือ

$$(2x^2 + 9x + 4) - (2x^2 + x) = 8x + 4$$

นำผลลบที่ได้เขียนไว้บรรทัดล่าง ดังนี้

$$x$$

$$2x + 1 \overline{) 2x^2 + 9x + 4}$$

$$\underline{2x^2 + x}$$

$$8x + 4$$



ตัวอย่าง จงหาผลคูณของจำนวนต่อไปนี้

$$1. 2^5 \times 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$$

$$2. (-7)^{10}(-7)(-7)^2 = (-7)^{10+1+2} = (-7)^{13}$$

$$3. (1.5)^4(1.5)^9(1.5)^{11} = (1.5)^{4+9+11} = (1.5)^{24}$$

$$4. \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2+3+4+5} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{14} = \left(\frac{1}{2}\right)^{14}$$

ตัวอย่าง จงหาผลหารของจำนวนต่อไปนี้

$$1. 5^{10} \div 5^3 = 5^{10-3} = 5^7$$

$$2. (-0.4)^{15} \div (-0.4)^9 = (-0.4)^{15-9} = (-0.4)^6 = (0.4)^6$$

$$3. \left(-\frac{7}{5}\right)^{23} \div \left(-\frac{7}{5}\right)^{14} = \left(-\frac{7}{5}\right)^{23-14} = \left(-\frac{7}{5}\right)^9$$

ตัวอย่าง จงหาผลสำเร็จของ $\frac{5^3 \times (-5)^8 \times 5^{11}}{5^2 \times (-5)^5}$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \frac{5^3 \times (-5)^8 \times 5^{11}}{5^2 \times (-5)^5} &= \frac{5^3 \times 5^8 \times 5^{11}}{(-5)^2 \times (-5)^5} \\ &= \frac{5^{3+8+11}}{(-5)^{2+5}} \\ &= \frac{5^{22}}{(-5)^7} = \frac{(-5)^{22}}{(-5)^7} \\ &= (-5)^{22-7} = (-5)^{15} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง จงหาผลสำเร็จของ $\frac{a^4 \times a^7 \times a^9}{(-a)^6 (-a)^{14}}$

$$\text{วิธีทำ } \frac{a^4 \times a^7 \times a^9}{(-a)^6 (-a)^{14}} = \frac{a^{4+7+9}}{(-a)^{6+14}} = \frac{a^{20}}{(-a)^{20}} = \frac{a^{20}}{a^{20}} = 1$$

ตัวอย่าง จงหาผลสำเร็จของ $\frac{(7^{2m} \cdot 7^5)(7^{8m} \cdot 7^2)}{7^{10m} \cdot 7^{12}}$

$$\text{วิธีทำ } \frac{(7^{2m} \cdot 7^5)(7^{8m} \cdot 7^2)}{7^{10m} \cdot 7^{12}} = \frac{(7^{2m+8m})(7^{5+2})}{7^{10m} 7^{12}} = \frac{(7^{10m})(7^7)}{7^{10m} 7^{12}} = \frac{7^7}{7^{12}} = 7^{7-12} = \frac{1}{7^5}$$

แบบทดสอบท้ายบทที่ 5 (สมบัติของเลขยกกำลัง)

1. ข้อใดต่อไปนี้มีค่าเท่ากับ 2^5

1. $2+2+2+2+2$

2. $2+5$

3. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

4. 2×5

5. $2 \div 2 \div 2 \div 2 \div 2$

2. ถ้า $a^n = 343$ แล้ว $a - n$ มีค่าเท่าใด

1. 4

2. 3

3. 2

4. 1

5. 0

3. 81^{7x} มีค่าเท่าใด

1. -3^{28x}

2. -3^{28}

3. -3^{-28x}

4. 3^{28x}

5. 3^{28}

4. ค่าของ $(-a^3b^4)(3a^4)^3$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $3a^4b^{15}$

2. $3a^{15}b^4$

3. $3^3a^{15}b^4$

4. $-3a^{15}b^4$

5. $-3^3a^{15}b^4$

5. ค่าของ $\frac{x^4(x^7)^3}{(x^2)^5(x^3)^2}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. x^{-19}

2. x^{-12}

3. x^{-5}

4. x^2

5. x^9

6. ค่าของ $\left(\frac{6ab^3}{12a^4b^2}\right)\left(\frac{2a^5b^2}{a^3b^6}\right)^2$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{2^2b^7}{a^{11}}$

2. $\frac{2}{a^{11}b^7}$

3. $\frac{2^2a^{11}}{b^7}$

4. $\frac{1}{2^2a^{11}b^7}$

5. $\frac{a^{11}}{2^2b^7}$

7. ค่าของ $\left(\frac{2^7}{2^{12}}\right)^{-2} \times \left(\frac{2^4}{2^9}\right) \div \left(\frac{2^8}{2^{10}}\right)^3$ มีค่าเท่าใด

1. $(-2)^{11}$

2. $(-2)^{-11}$

3. -2^{11}

4. 2^{-11}

5. 2^{11}

8. $\left(\frac{x^{-1}y^2}{z^3}\right)^4 \times \left(\frac{-3x^4y^5}{z^7}\right)^{-2}$ มีค่าเท่าใด

1. $-\frac{z^2}{3^2x^{12}y^2}$

2. $-\frac{y^2z^2}{3^2x^{12}}$

3. $-\frac{3^2z^2}{x^{12}y^2}$

4. $\frac{z^2}{3^2x^{12}y^2}$

5. $\frac{3^2y^2z^2}{x^{12}}$

9. $\left(\frac{7^6}{7^{-5} \times 7^9}\right)^3 \div \left(\frac{7^{-8} \times 7^6}{7^4}\right)^2$ มีค่าตรงกับข้อใด

1. $\frac{1}{7^{18}}$

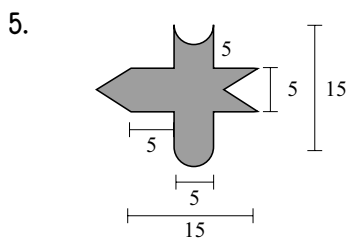
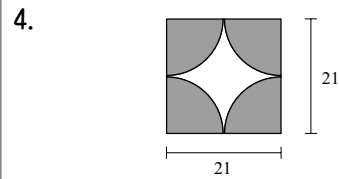
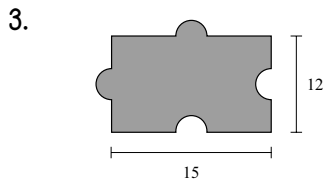
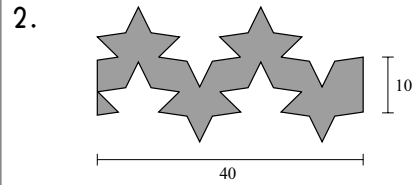
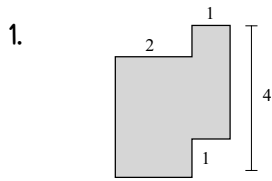
2. $\frac{1}{7^{19}}$

3. 7^{18}

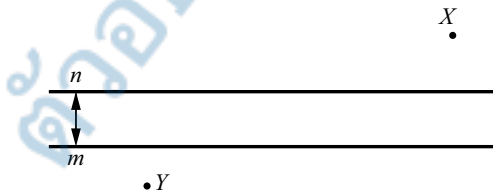
4. 7^{19}

5. $(-7)^{18}$

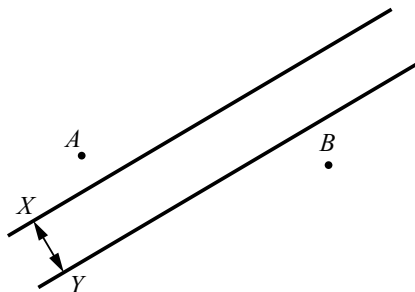
2. จงหาพื้นที่แรเงาของภาพต่อไปนี้



3. ตำแหน่ง X และ Y เป็นตำแหน่งของป้ายรถเมล์สำหรับจอดรถรับผู้โดยสาร ดังรูป ถ้าต้องการสร้างสะพานลอยเพื่อข้ามถนนโดยให้การเดินทางจาก X ไป Y สั้นที่สุด จงหาตำแหน่งของสะพานลอยและวิธีการสร้าง

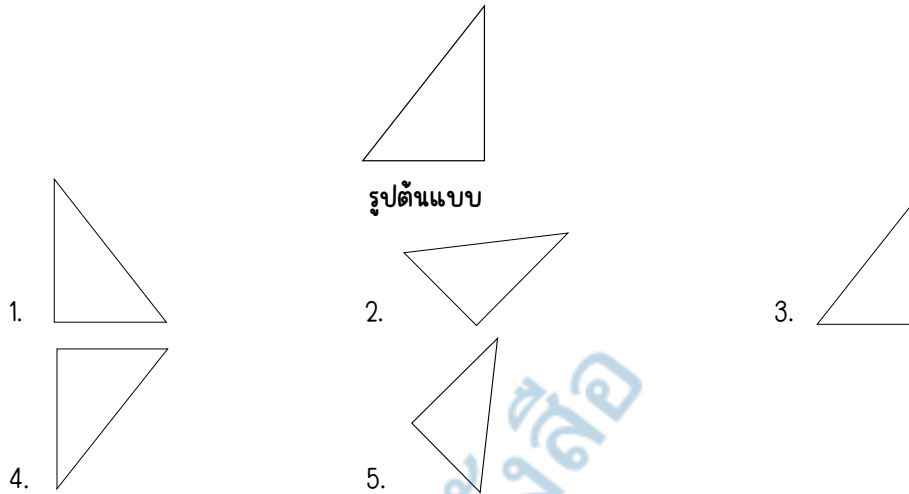


4. หมู่บ้าน X และหมู่บ้าน Y อยู่คนละฝั่งของแม่น้ำ ดังรูป ถ้าต้องการสร้างสะพานข้ามแม่น้ำเพื่อจะข้ามจากหมู่บ้าน X ไปยังหมู่บ้าน Y ให้มีระยะทางที่สั้นที่สุด จะสร้างสะพานที่จุดใด พร้อมบอกวิธีการสร้าง



แบบทดสอบท้ายบทที่ 4 (การแปลงทางเรขาคณิต)

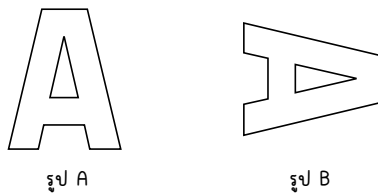
1. จากรูป ข้อใดเป็นภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนานจากรูปต้นแบบ



2. จากรูปกังหันลมเป็นการแปลงทางเรขาคณิตวิธีใด



1. การหมุน 2. การเลื่อนขนาน 3. การสะท้อน
4. การหมุนและการสะท้อน 5. การเลื่อนขนานและการสะท้อน
3. รูป B เกิดจากการแปลงรูป A ด้วยวิธีการใด



1. การเลื่อนขนาน 2. การสะท้อนแนวแกน X
3. การสะท้อนแนวแกน Y 4. การหมุนทวนเข็มนาฬิกา 90°
5. การหมุนตามเข็มนาฬิกา 90°

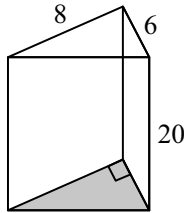
สำหรับพื้นที่ผิวของปริซึม ในกรณีทั่วไปจะมีสูตรดังนี้

$$\text{พื้นที่ผิวปริซึม} = 2(\text{พื้นที่หน้าตัด}) + \text{ผลรวมพื้นที่ด้านข้าง}$$

และสำหรับกรณีที่ปริซึมมีหน้าตัดเป็นรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่า จะได้ว่า

$$\text{พื้นที่ผิวปริซึม} = 2(\text{พื้นที่หน้าตัด}) + (\text{จำนวนเหลี่ยมหน้าตัด})(\text{พื้นที่ด้านข้าง})$$

ตัวอย่าง จงหาพื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมที่มีเส้นขอบยาว 20 หน่วย และมีด้านประกอบมุมฉากยาว 6 หน่วย และ 8 หน่วย ตามลำดับ ลักษณะดังรูป



วิธีทำ หาพื้นที่สามเหลี่ยมมุมฉาก จาก

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่สามเหลี่ยมมุมฉาก} &= \frac{1}{2} \times \text{ฐาน} \times \text{สูง} \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

หาพื้นที่ด้านข้างปริซึม จาก

$$\text{พื้นที่สี่เหลี่ยม} = \text{ฐาน} \times \text{สูง}$$

เนื่องจากโจทย์กำหนดหน้าตัดสามเหลี่ยมเป็น “สามเหลี่ยมด้านไม่เท่า” จึงต้องคิดแยกทีละด้าน จะได้

$$\text{พื้นที่ผิวข้างด้าน 6 หน่วย} = 6 \times 20 = 120 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{พื้นที่ผิวข้างด้าน 8 หน่วย} = 8 \times 20 = 160 \text{ ตารางหน่วย}$$

หาสามเหลี่ยมที่เหลือจากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$x^2 = 8^2 + 6^2$$

$$= 64 + 36$$

$$= 100$$

$$x = 10 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{จะได้ พื้นที่ผิวด้านข้าง 10 หน่วย} = 10 \times 20 = 200 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\text{รวมพื้นที่ผิวทั้งหมด จะได้ } 2(24) + 120 + 160 + 200 = 528 \text{ ตารางหน่วย}$$

ดังนั้น พื้นที่ผิวของปริซึมสามเหลี่ยมคือ 528 ตารางหน่วย

ตัวอย่างหนังสือ